



| |
|----|
| 成绩 |
| |

中国农业大学

课程论文

(2021-2022 学年秋季学期)

论文题目: 数学软件课程报告

课程名称: 数学软件

任课教师: 陈奎孚

班 级: 工力 201

学 号: 2020310020119

姓 名: 张家瑞

数学软件课程报告

0 引言

Mathematica 数学软件是一个集数学研究与教学为一体的软件，它的功能强大，可以自动完成许多复杂的工作，例如不定积分、多项式的因式分解、矩阵运算等等，也可用于解决各种领域里涉及复杂的符号、数值计算和图形问题的工具，也是目前国际上使用最广泛的数学软件之一。在本文中，我将分几部分来介绍软件的使用。

在安装完程序后，双击 Windows 桌面上的 Mathematica 图标或者单击“开始”菜单的“程序”中的“Mathematica”选项即可启动系统，Mathematica 的工作环境就叫 notebook，保存后的文件后缀为.nb，大部分的输入输出都是在这里完成的。

1 数以及多项式运算

在 Mathematica 中，进行数字以及多项式的运算是最基本的，此时可以用来当计算器使用，加、减、乘、除都可以运算，在输入要计算的式子后，然后使用“shift+enter”就可以输出结果，而如果只使用“enter”只是换行。或者从顶部菜单栏可以找到“计算”-“计算单元”，进行运算。需注意，乘法中的乘号可以用空格代替；幂运算用“^”来表示。当使用“Ctrl+”你所要进行的运算时，在笔记本里可以更为直观地显示出它的数学表达。使用“?”可以检查运算符、函数或者命令的信息，例如“?Plot”。

并且要注意函数的输入一定要首字母大写，比如“Sin”，“Cos”；对于由多个单词组成的命令，每个单词都用大写，比如“ArcSin”，“ArcTan”。即内部函数和内部常数的第一个英文字母必须大写。

当文本有不同意义时，它会显示出不同的颜色：蓝色字母表示未赋值的变量；黑色字体为系统内容有的函数命令、赋值后的变量或数字等。这就意味着如果输入函数后发现它是蓝色的，此时就要检查一下拼写是否正确，对于高版本的软件，通常在输入开头后，在下拉栏里就可以选中需要的函数。

同时，要注意括号的使用：“[]”用于函数，把自变量括起来，针对操作对象，例如“Sin[x]”；“{}”用于列表，把序列括起来，例如“{a,b,c}”；“()”用于组合运算，表示优先级，例如“(Sin[1]+7)*8”；“[[]]”用于从表中取值，形象而言是从盒子中取元素。

常见特殊字符的表示：“Pi”表示圆周率，“E”表示自然对数，“Degree”表示角度，I 表示虚数单位，“Infinity”表示无穷大。对于它们的快捷输入法：用“ctrl+1”输入分数形式；用“ctrl+2”输入根号形式；用“ctrl+6”输入幂；用“Esc+i+i+Esc”输入复数中的 i；用“Esc+inf+Esc”输入无穷；用“Esc+deg+Esc”输入角度；如果要清除之前输入的 x 的值，则输入“x=.”或“Clear[x]”；如果想要对变量进行赋值，那么使用“x=。”此外，一些希腊字母可以通过“Esc”键进行快捷输入，具体不在此阐释，通过“面板”-“特殊字符”或“数学助手”也可以达到相同的目的。对于复数而言，“Re[z]”

表示求 z 的实部, “Im[z]”表示求 z 的虚部, “Conjugate[z]”表示求 z 的共轭复数, “Abs[z]”表示求 z 的模数, “Arg[z]”表示求 z 的幅角, “n!”表示 n 的阶乘。

特殊地, 我们需要了解置换运算符“/.”的用法, 可以为我们的计算带来很大的方便, 我们可以利用置换运算符把表达式中的某些量替换成我们想要代表的数、符号或表达式, 而且此值不会存放在变量之中。例如: “1+3x/.x->1”。我们也可以在自定义函数时设置自变量格式为“x_”, 可以使计算机识别出想要输出的内容。在定义函数时, 有以下区分: “=”的右边立即执行计算, 该句后面有输出; “:=”调用时才执行, 该句后面无输出。

2 常用函数及基本运算

我们还需了解一些常用函数: 如果想要对一个式子展开, 则使用“Expand[]”, 例如输入“Expand[(a+b)^11]”, 就可以得到展开的式子“a¹¹+11 a¹⁰ b+55 a⁹ b²+165 a⁸ b³+330 a⁷ b⁴+462 a⁶ b⁵+462 a⁵ b⁶+330 a⁴ b⁷+165 a³ b⁸+55 a² b⁹+11 a b¹⁰+b¹¹”。除此之外“Simplify[]”和“FullSimplify[]”代表化简, “ExpandAll[]”代表展开, “Factor[]”代表分解, “FactorInteger[]”代表因子分解, “Together[]”代表通分, “Cancel[]”代表约分, “Apart[]”代表分项, “Collect”代表合并同类项, “Limit[,x->]”表示求极限, “Integrate[,{x, , }]”表示积分, “NIntegrate[,{x, , }]”表示数值积分, “Floor[x]”表示不比 x 大的最大整数, “Ceiling[x]”表示不比 x 小的最小整数, “Sign[x]”表示符号函数, “Round[x]”表示接近 x 的整数, “Abs[x]”表示 x 的绝对值, “Min[,]”表示一组数中的平均值, “Max[,]”表示一组数中的最大值, “Min[,]”表示一组数中的最小值, “Quotient[m,n]”表示 m/n 的整数部分, “Mod[m,n]”表示 m/n 的余数部分, “GCD[n1,n2...]”表示 $n1, n2, \dots$ 的最大公因子, “LCM[n1,n2...]”表示 $n1, n2, \dots$ 的最小公倍数, “Prime[k]”表示第 k 个素数, 输入“Random[]”产生一个 0 与 1 之间的随机数, 输入“Random[Real,{a,b}]”产生一个 a 与 b 之间的随机实数, “Binomial[,]”可以用来计算二项式展开系数, “D[]”表示求导, “PolynomialQuotient”可用于计算多项式的商, “Exponent”用于提取多项式中的最高幂次, “Coefficient”为对应式子中的对应项的系数, “Series[,{ , , }]”为对应级数展开。

在求和求积的时候, 求和的调用格式为“Sum[u,{n,n1,n2}]", 如: 输入“Sum[I,{I,1,100}]", 则会输出 1 到 100 的整数和 5050; 输入“Sum[x^n/(2n),{n,1,3}]", 则输出函数 $x^n/(2n)$ 从 1 到 3 的和。求积的调用格式为“Product[u,{n,n1,n2}]", 如: 输入“Sum[1/k^2,{k,1,Infinity}]"则输出函数 $1/k^2$, k 从 1 到无穷的积; 输入“Product[(1+1/n^2),{n,1,5}]"则会输出函数 $(1+1/n^2)$, n 从 1 到 5 的积。

在三角变换中, “TrigExpand[]”表示将三角函数表达式展开成和的形式, 如输入“TrigExpand[Sin[x] Cos[x]]”就得到 “Cos[x] Sin[x]”; TrigFactor[]表示将三角函数表达式展开成积的形式, 如输入 “TrigFactor[Sin[x] Cos[x]+Sin[2x]]”则会得到“3 Cos[x] Sin[x]”; “TrigReduce[]”表示用倍角化简三角函数表达式, 如输入“TrigReduce[Sin[x] Cos[x]+Sin[2x]]”就会得到“3/2 Sin[2 x]”。

在集合函数中, “L1~Intersection~L2”表示两个集合的交集; “L1~Union~L2”表示两个集合的并集; “L1~Complement~L2”表示两个集合的补集。

在建表函数中, 利用建表函数来生成表是十分方便的, 输入“Range[n]” (n 为正整数), 就可

以生成表“{1,2,3,...,n}”，输入“Range[m,n,d]”，就可以得到从 m 开始按步长 d 递增，直到 n 的界限为止的表，例如输入“Range[3,8,2]”，则会输出表“{3,5,7}”。输入“Table[fi,{I,min,max,step}]", 就会输出依照通项 fi 的规律，i 从 min 变到 max，以 step 为步长的表，如输入“Table[x^2,{x,2,5}]", 则输出“{4,9,16,25}”，“Join”可以用于两个表的连接，“Array”可用于设置数组，例如输入“Array[a,{2,3}]", 我们可以得到“{{a[1, 1], a[1, 2], a[1, 3]}, {a[2, 1], a[2, 2], a[2, 3]}}”。

3 方程求解

在这部分，我将介绍方程的求解问题，还包括偏微分方程以及方程组。

求解未知量的调用函数为“Solve[,x]”，x 为要求的变量，如输入“Solve[a x==b,x]”得到“{{x->b/a}}”；对于方程组求解，输入“Solve[{3x+2y+z==39,2x+3y+z==34,x+2y+3z==26},{x,y,z}]" 得到“{{x->37/4,y->17/4,z->11/4}}”。

求解偏微分方程时，只需在前面加上“D”，即可进行求解，例如“DSolve[y'[x] == y[x], y[x], x]”，我们可以得到“{{y[x] -> E^x C[1]}}”。

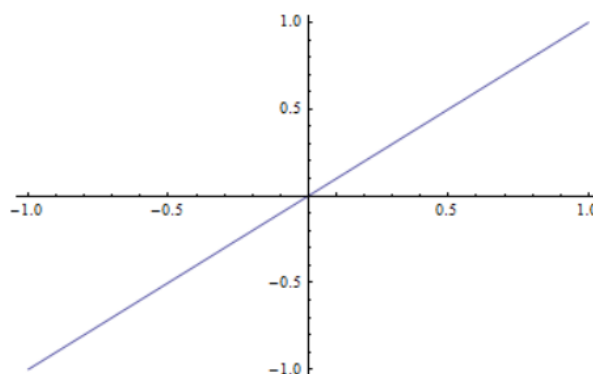
在多个等式中，我们还可以采用消除进行求解，例如输入“Eliminate[{x^2 + y^2 + z^2 == 1, x^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 == 1, x + y == 1}]", 我们可以得到“-2 x + 3 x^2 == 0”。除此之外，也有根解法，即使用数值求解，形式为“Roots[,]”。针对数列的递推方程，我们可以使用“RSolve[]”，例如输入“RSolve[{a[n] == n + a[n - 1], a[0] == 0}, a[n], n]”，我们可以得到“{{a[n] -> 1/2 n (1 + n)}}”。

在数值求解中，求根法也很常见，例如我们输入“FindRoot[x^5 - 5 x + 1, {x, -1.5}]", 我们就可以求出其数值解为“{x -> -1.54165}”。有时候我们无法求出准确的值，我们可以使用根的数值近似，例如我们输入“NRoots[x^5 - 5 x + 1 == 0, x, 3]”，我们可以得到“x == -1.54 || x == -0.05 - 1.50 I || x == -0.05 + 1.50 I || x == 0.200 || x == 1.44”。

4 平面曲线的绘制法

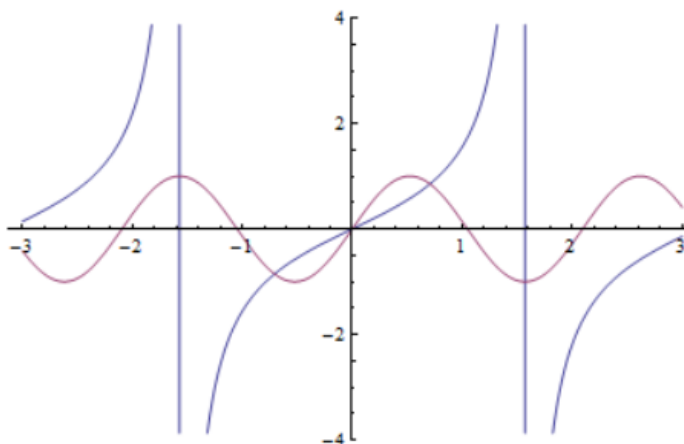
平面曲线绘图函数的调用格式为“Plot[f(x), {x,x1,x2},可选项]”或“Plot[f1(x),f2(x), {x, x1,x2},可选项]”。

若要画出“y=x”在x从-1到1的函数，则输入“Plot[x,{x,-1,1}]" 就可以得到：

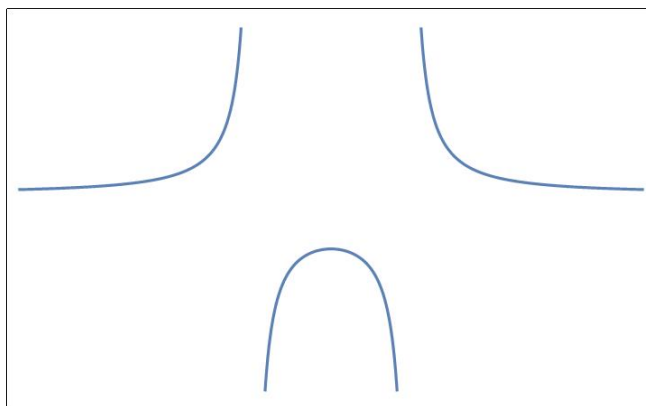


若图像显示不美观时，我们可以使用“AspectRatio→1”来调节宽高比。

若要画“tanx”和“sin3x”在x从-3到3的函数，则输入“Plot[{Tan[x],Sin[3x]},{x,-3,3}]”即可：

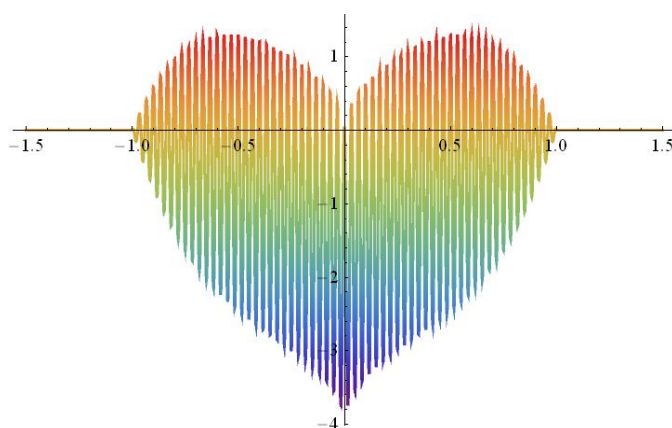


通过这个调用格式还能得到许多有意思的图形，如输入“Plot[2/(x^2 - 1), {x, -4, 4}, Exclusions -> x^2 - 1 == 0, Axes -> False, Frame -> True, FrameTicks -> None]”则会得到：

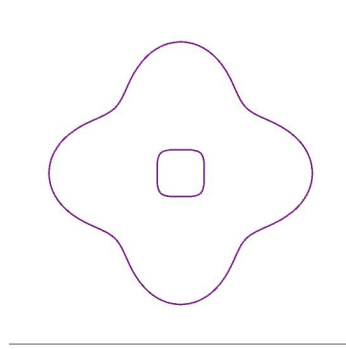


其中对“Axes -> False”是删除坐标轴，“Frame -> True”是添加边框，“FrameTicks -> None”是除去边框刻度。

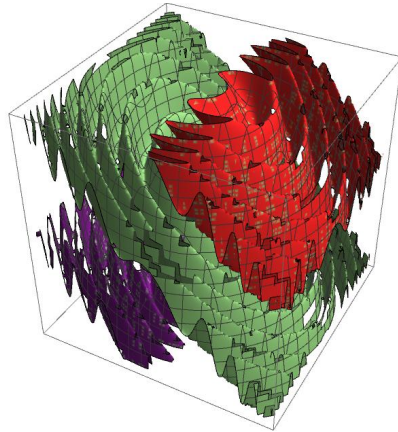
输入“Plot[((1-Abs[x]^4)Cos[60*Pi*x]-(1-Sqrt[Abs[x]]))(2-Abs[Sign[x-1]+Sign[x+1]]),{x,-1.5,1.5},ColorFunction->"Rainbow"]”，则会得到：



隐式绘图函数的调用格式为“ContourPlot[F[x,y]==0,{x, x1, x2},{y,y1,y2},可选项]”，输入“ContourPlot[(x^2 + y^2)^3 - 16(x^4 + y^4) + 4 == 0, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, ColorFunction -> "Rainbow", Axes -> False, Frame -> True, FrameTicks -> None]”得到：



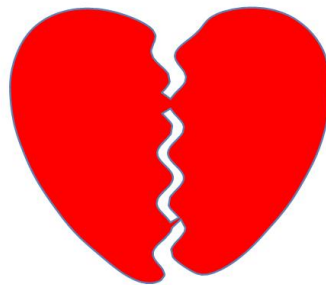
我们也可以把此拓展到三维，例如“`ContourPlot3D[x + Sin[x^2 + y^2] + z, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, {z, -5, 5}, ColorFunction -> "Rainbow", Axes -> False]`”，我们可以得到：



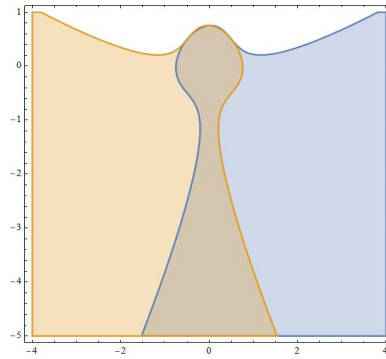
运用参数画法，我们可以画出心形，输入“`ContourPlot[x^2 - Abs[x]y + y^2 + 1/Abs[6x + Sin[6y]], {x, -4, 4}, {y, -4, 4}, Contours -> {5, 6, 7, 8, 9}, Frame -> False, ContourShading -> {Red, White}]`”，会得到一个受伤的心状图形：



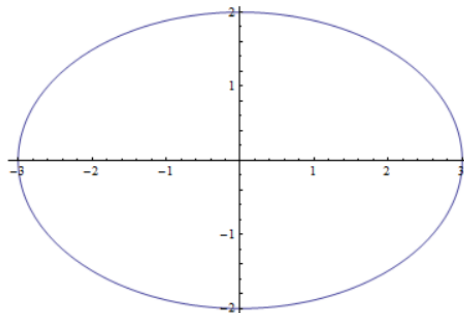
我们可以通过“`RegionPlot[17 x^2 - 16 Abs[x] y + 17 y^2 + 150/Abs[5 x + Sin[5 y]] < 225, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, Frame -> False, PlotStyle -> Red]`”得到一颗只有中间心部分的图形：



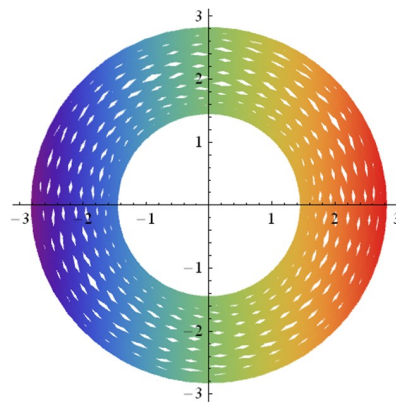
再如“`RegionPlot[{{(-y - x)^2 < (-y + x)^3 + 1, (-y + x)^2 < (-y - x)^3 + 1}, {x, -4, 4}, {y, -5, 1}, PlotLegends -> "Expressions"}]`”，我们可以得到：



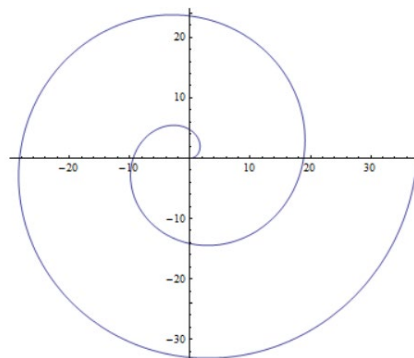
参数式绘图函数的调用格式为：“`ParametricPlot[{x(t),y(t)},{t,t1,t2},可选项]`”，如输入“`ParametricPlot[{3Cos[t],2Sin[t]},{t,0,2Pi}]`”，就可以得到：



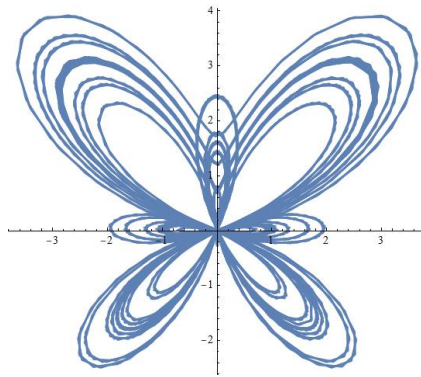
我们也可以通过设定参数来画参数图形，其形式为“`ParametricPlot[]`”。例如“`k = 3.14; L = 0.213; x = (1 - k) Cos[k*t] + L*k*Cos[(1 - k) t/k]; y = (1 - k) Sin[k*t] - L*k*Sin[(1 - k) t/k]; ParametricPlot[{x, y}, {t, 0, 50 Pi}, ColorFunction -> "Rainbow"]`”，我们可以得到：



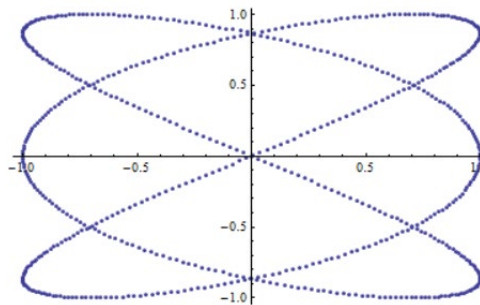
极坐标式的绘图函数调用格式为：“`PolarPlot[ρ=ρ(θ),{θ,θ1,θ2},可选项]`”，如输入“`PolarPlot[3x,{x,0,4Pi}]`”可得到：



也可以画出一个漂亮的蝴蝶通过“`PolarPlot[Exp[Sin[q]] - 2 Cos[4 q] + Sin[(2 q - Pi)/24]^5, {q, 0, 100 Pi}]`”:



数据形式又称列表形式,或称离散点形式,绘图调用格式为:“`ListPlot[{x1,y1},{x2,y2},...,{xn,yn}],可选项`”,如输入“`ListPlot[Table[{Sin[3t+Pi/2],Sin[2t]},{t,0,2Pi,.01}]`”就可以得到:



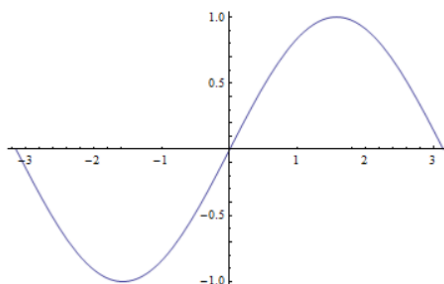
如果没有使用可选项,系统就会自动取默认值来画出图形,然而,在有些情况下这样做难以达到预期的结果,需要对某些默认值进行必要的修改,才能得到理想的图形,在 Mathematica 各种绘图函数里,设置的可选项内容很多,以下是其中一部分较常用的内容:

`PlotRange`表示作图的范围,可取 $\{x1,x2\}$,也可取 $\{y1,y2\}$,以及 $\{x1,x2\},\{y1,y2\}$,若取`All`,则表示画出函数值的全部图形;`AspectRatio`表示图形的高宽比,可以为`AspectRatio`指定一个任何其他的数;`Axes`表示是否画坐标轴,以及坐标轴的中心放在上面,那个位置;`PlotLabel`表示在图形上方居中位置增加标记;`AxesLabel`表示在坐标轴上增加标记;`Ticks`规定坐标轴上刻度的位置,如果用`None`则不了刻度;`Frame`表示是否画边框;`GridLines`表示是否加网格线;`ColorFunction`表示给曲线上什么颜色;`PlotStyle`表示选用什么颜色、线性作图。

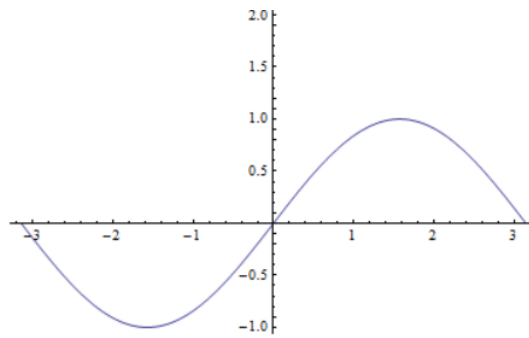
5 平面图形的重现与组合

每次图形绘制完毕之后,图形的全部信息都将被保存下来,当用户需要再次画出这些图形时,只需调用重现函数`Show`即可,如果对原来的图形感到还有些不满意,例如范围不合适,比例不合适或是坐标轴不合适时,那么只需要对可选项中第一类相应的参数值做些调整即可,这样做可以有效地节省系统和用户的时间。

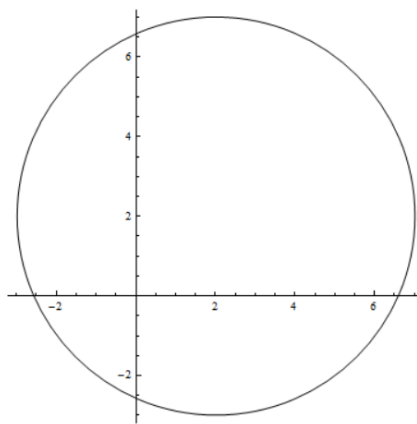
先输入“`C1=Plot[Sin[x],{x,-Pi,Pi}]`”得到:



之后只要输入`Show[C1]`就可以重现这个图形，并且可以改变可选项来改变图形，如把输入的改为`Show[C1,PlotRange->{-1,2}]`得到：



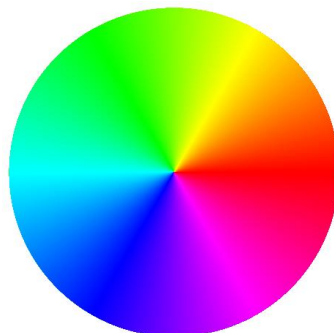
Mathematica系统中还提供了各种如绘制点、线段、圆弧等函数。例如用`Graphics`可作出平面图形的表达式并显示图形。如输入“`Graphics[Circle[{2,2},5],Axes->True]`”就可得到：



利用绘图调用格式`Graphics`输入 “`Graphics[{Red,Polygon[{{0,0},{1,-1},{0,-2},{-1,-1}]}, Disk[{1/2,-1/2},Sqrt[2]/2],Disk[{-1/2,-1/2},Sqrt[2]/2}]`”得到一个红色的心的图形：

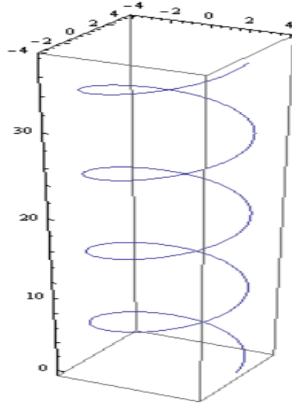


输入“`Graphics[Table[{Hue[t], Disk[{0, 0}, 1, {2 Pi t, 2 Pi}]], {t, 0, 1, .001}]]`”，我们可以得到一个色彩缤纷的光盘：

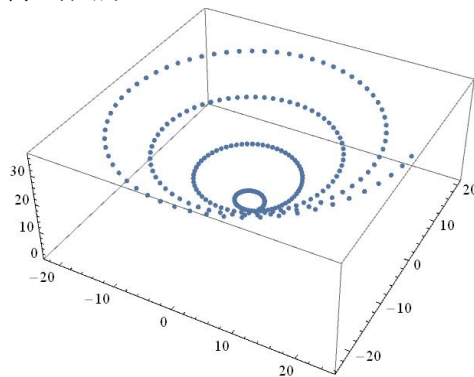


6 空间曲线的绘制法

参数形式空间曲线绘图函数的调用格式为“ParametricPlot3D[{x(t),y(t),z(t)},{t,t1,t2},可选项]”，输入“ParametricPlot3D[{4Cos[t],4Sin[t],1.5t},{t,0,8*Pi}]”可以绘制柱面螺旋线 $x=4\cos t$, $y=4\sin t$, $z=1.5t$ 中 t 在 0 到 8π 上的图形：

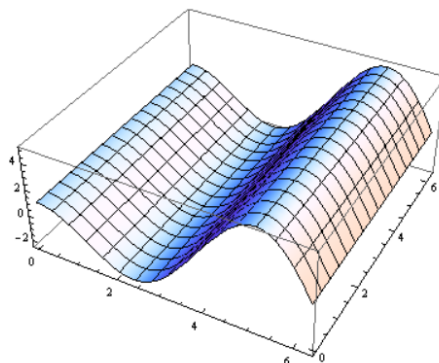


绘制数据点在三维空间中的分布情况，格式为：“ListPointPlot3D[{{x1, y1},{x2,y2},..., {xn,yn}},可选项]”。如绘制 $\{x\cos x, x\sin x, 1.5x\}$, x 从 0 到 8π , 步长为 0.1 取值时构成的坐标分布图形，输入“data1=Table[{x*Cos[x],x*Sin[x],1.5x},{x,0,8*Pi,0.1}],ListPointPlot3D[data1, PlotStyle->{PointSize[0.01]}]”就得到图形：

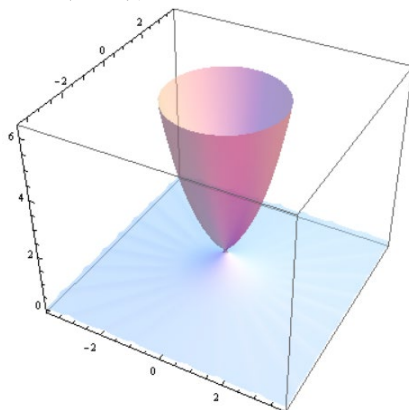


7 曲面的绘制法

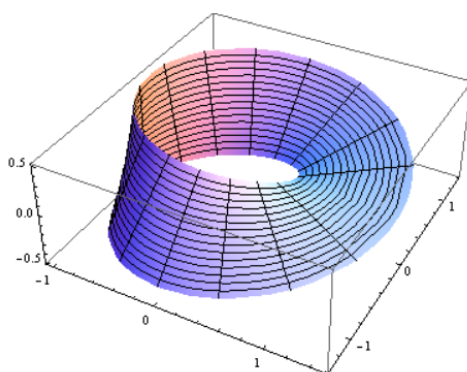
显式曲面 $z=f(x, y)$ 绘制函数的调用格式如下：“Plot3D[f(x,y),{x,x1,x2},{y,y1,y2},可选项]”，如绘制函数 $z=\cos x-x\sin x$ 在区域 x 从 0 到 2π , y 从 0 到 2π 上的图形，输入“Plot3D[Cos[x]-x*Sin[x], {x,0,2*Pi},{y,0,2*Pi}]”，就得到：



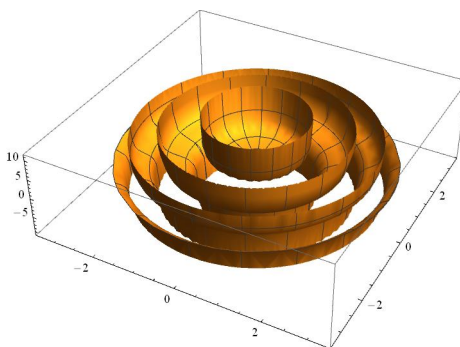
输入“`ParametricPlot3D[{Log[u]Sin[v],Log[u]Cos[v],u},{u,0,2*Pi},{v,0,2Pi},Mesh->None,PlotStyle->{Opacity[0.5]}]`”就得到一个酒杯：



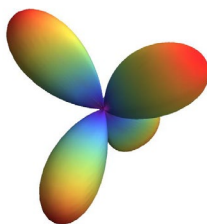
输入“`ParametricPlot3D[{(1+t/2*Cos[u/2])*Cos[u],(1+t/2*Cos[u/2])*Sin[u],t/2*Sin[u/2]},{u,0,2Pi},{t,-1,1}]`”可以得到一个莫比乌斯环：



我们可以运用“`RevolutionPlot3D`”来绘制三维旋转曲面，例如“`RevolutionPlot3D[Tan[x^2],{x,-Pi,Pi},RevolutionAxis->{0,0,1}]`”，我们可以得到：

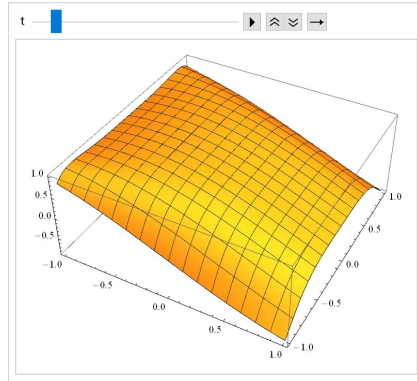


运用三维球壳面，“`SphericalPlot3D[Re[Sin[q] Cos[q] Exp[2 I*j]], {q, 0, Pi}, {j, 0, 2 Pi}, ColorFunction -> (ColorData["Rainbow"])[#6] &), Mesh -> None, PlotPoints -> 25, Boxed -> False, Axes -> False]`”，我们可以得到：



8 动图的绘制

我们可以用 `Animate` 生成动图，例如输入“`Animate[Plot3D[Cos[(x + y^4 + t)], {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, PlotPoints -> 80], {t, 0, 2*Pi}]`”，我们可以得到：



通过这种格式，例如“`Manipulate[ContourPlot3D[x^2 + y^2 + a z^3 == 1, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, {z, -2, 2}, Mesh -> None], {a, -2, 2}]`”，我们可以得到交互式操作的动图。

9 矩阵

输入“`A//MatrixForm`”可以生成矩阵，如输入“`A={{3,2,1},{2,3,1},{1,2,3}}, A//MatrixForm`”就得到矩阵形式：

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

下面是矩阵运算的函数，`Det[A]`为求矩阵A的行列式；“`Transpose[A]`”为求A的转置阵；“`Inverse[A]`”为求A的逆矩阵；“`Tr[A]`”为求A的迹；“`MatrixPower[A, n]`”为求A的n次幂，“`MatrixRank[A]`”为求矩阵A的秩；“`MatrixForm[A]`”为将表形式的矩阵显示成与数学一致的矩阵形式，“`LinearSolve[,]`”可用于求解线性方程组，“`Dot[,]`”对向量进行点积，“`Cross[,]`”是进行叉积。

10 总结

Mathematical的用途有很多，在绘制数学图形中发挥着重大的作用，只要掌握了mathematica，就能给今后学习带来很大的便利。

最后，感谢陈奎孚教授的教导与帮助！